

Mathématiques Classe de 3ème

DEVOIR MAISON de Octobre 2010

corrigé réalisé à partir des travaux de Charlotte OTTOU (3ème C) et de Pierre QUELÉN (3ème A)

PARTIE I : Les nombres parfaits et les nombres amicaux

Définition : un nombre est dit **parfait** lorsqu'il est égal à la somme de ses diviseurs à l'exception de lui-même.

1. Vérifier que : 6, 28 et 496 sont des nombres **parfaits**.

$$6 = 1 \times 6 = 2 \times 3 \qquad 1 + 2 + 3 = 6 \qquad \text{Donc } 6 \text{ est un nombre parfait.}$$

$$28 = 1 \times 28 = 2 \times 14 = 4 \times 7 \qquad 1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28 \text{ Donc } 28 \text{ est un nombre parfait.}$$

$$496 = 1 \times 496 = 2 \times 248 = 4 \times 124 = 8 \times 62 = 16 \times 31 \\ 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 31 + 62 + 124 + 248 = 496 \qquad \text{Donc } 496 \text{ est un nombre parfait.}$$

Définition : deux nombres sont dits **amicaux** lorsque chacun de ces nombres est égal à la somme des diviseurs de l'autre excepté lui-même.

2. Vérifier que 220 et 284 sont **amicaux**.

$$\begin{array}{lll} \text{a)} & 220 : 1 = 220 & 220 : 2 = 110 & 220 : 4 = 55 \\ & 220 : 5 = 44 & 220 : 10 = 22 & 220 : 11 = 20 \end{array}$$

Donc tous les diviseurs de 220 sont **1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55, 110, et 220**.

$$\text{b)} \quad 284 = 1 \times 284 \quad 284 = 2 \times 142 \quad 284 = 4 \times 71 \\ \text{Donc tous les diviseurs de 284 sont } \mathbf{1, 2, 4, 71, 142 \text{ et } 284.}$$

c) Je vais calculer la somme des diviseurs de 220 et de 284 et voir si chacun est égal à la somme des diviseurs de l'autre :

$$220 : 1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 = \underline{284}$$

$$284 : 1 + 2 + 4 + 71 + 142 = \underline{220}$$

Donc, vu que les diviseurs de 220 additionnés font 284 et ceux de 284 font 220, alors **220 et 284 sont des nombres amicaux**.

3) Rechercher sur internet les deux nombres parfaits qui suivent 496 et citer deux autres nombres amicaux.

a) Les deux nombres parfaits qui suivent 496 sont **8128 et 33 550 336**

Source : *wikipédia* (http://fr.wikipedia.org/wiki/Nombre_parfait)

b) **1184 et 1210** sont deux autres nombres amicaux.

Source : *wikipédia* (http://fr.wikipedia.org/wiki/Nombre_amical)

PARTIE II : Les nombres premiers

1. Continuer l'algorithme et écrire les 25 entiers premiers inférieurs à 100.

crible d'Ératosthène :

: Nombres premiers

: Nombres non premiers

Les 25 nombres premiers inférieurs à 100 sont :
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 et 97.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Théorème fondamental de l'arithmétique :

Tout entier strictement positif peut s'écrire comme un **produit de nombres premiers** d'une unique façon, à l'ordre près des facteurs.

2. Décomposer **en produit de facteurs premiers** : 45 72 132 286

a) $45 = 3 \times 3 \times 5$

b) $72 = 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2$

c) $132 = 2 \times 2 \times 3 \times 11$

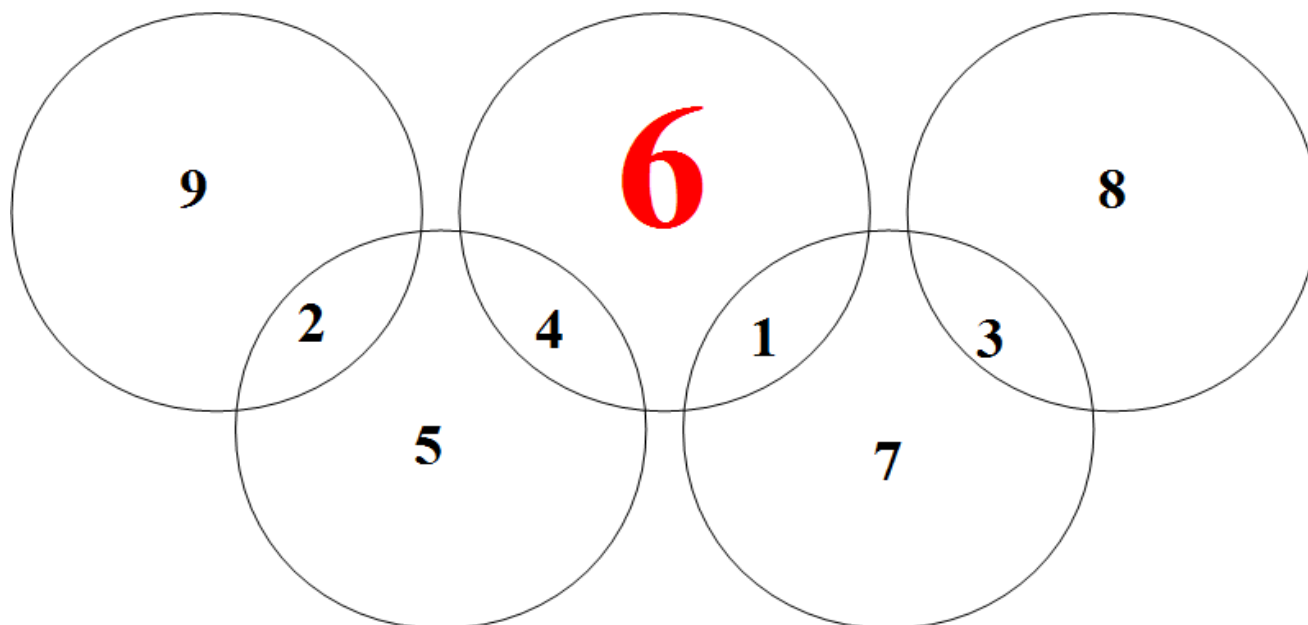
d) $286 = 2 \times 11 \times 13$

3. En déduire : PGCD(132 ; 286) ?

On remarque que dans la la décomposition de 132 et de 286, on retrouve le nombre 22 avec dans chaque décomposition 2×11 (leur PGCD). Donc le PGCD de 132 et de 286 est le nombre 22.

PGCD (132 ; 286) = 22

DEFI DU MOIS



Le nombre recherché est le 6